Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS Maroquinerie

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Démarrage d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsmaroquinerie.fr/assets/annales/bts-maroquinerie/E2 - Mathématiques/2018/BTS Maroquinerie - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Démarrage d’un train à très haute vitesse et calcul de l’aire d’une pièce

Un projet de train à propulsion électromagnétique vise à atteindre 400 km/h en moins de deux minutes. L’exercice étudie la distance parcourue par le wagon à l’aide d’une équation différentielle et d’une fonction, puis calcule l’aire d’une pièce destinée aux gares.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y′ − 0,2y = 0.

On reconnaît l’équation type $y' + ay = 0$, avec $a = -0{,}2$. Les solutions sont donc $y(t) = ke^{-at}$, où k est une constante réelle.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = −15t − 75 est une solution de l’équation différentielle y′ − 0,2y = 3t.

On dérive g : $g'(t) = -15$. En substituant dans le membre de gauche, $g'(t) - 0{,}2g(t) = -15 - 0{,}2(-15t - 75) = 3t$. Cette expression est bien le second membre de l’équation.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> g est bien une solution de $y' - 0{,}2y = 3t$.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y′ − 0,2y = 3t.

Les solutions de l’équation complète s’obtiennent en ajoutant à la solution particulière $g(t) = -15t - 75$ les solutions de l’équation homogène, soit $ke^{0{,}2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l’équation différentielle y′ − 0,2y = 3t, sachant qu’au temps t = 0 le wagon est au point de départ et que f(0) = 0.

Dans la solution générale, la condition initiale donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$. On remplace cette constante dans l’expression générale.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $f(t) = 75(e^{0{,}2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application, question 1

Question a). À partir des expressions de f et de f′ fournies par le logiciel de calcul formel, résoudre sur [0, 3] l’inéquation f′(t) ≥ 0.

Le logiciel donne $f'(t) = 15e^{0{,}2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0{,}2t} \geq 1$, soit $t \geq 0$. Cette condition est vérifiée sur tout l’intervalle $[0; 3]$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0;3]$.

Question b). Déduire de l'étude du signe de f' les variations de la fonction f sur [0, 3].

t	**0**	**3**
Signe de $f'(t)$	$+$	
Variation de f	0	$\nearrow 16{,}659$

La dérivée est positive sur l'intervalle. La fonction croît donc de $f(0) = 0$ à $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16{,}659$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

f est croissante de 0 à environ $16{,}659$ sur $[0;3]$.

B. Étude de fonction et application

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

À une minute, $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1{,}605$ km. Arrondi au dixième, le wagon a parcouru $1{,}6$ km.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$1{,}6$ km.

B. Étude de fonction et application, question 3

Question a). La vitesse du wagon à l'instant t, en kilomètre par minute, correspond à f'(t). En déduire sa vitesse à t = 2 minutes et arrondir le résultat au dixième.

La vitesse à l'instant $t = 2$ est $f'(2) = 15e^{0,4} - 15 \approx 7{,}377$ km/min. Arrondie au dixième, elle vaut $7{,}4$ km/min.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$7{,}4$ km/min.

Question b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

Le seuil visé correspond à $400/60 \approx 6{,}67$ km/min. À deux minutes, la vitesse vaut environ $7{,}4$ km/min. Comme $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$ croît à partir de zéro, ce seuil est atteint avant deux minutes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, l'objectif est atteint en moins de deux minutes.

B. Étude de fonction et application

Question 4°. Choisir parmi les trois propositions l'équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 2. Recopier la réponse choisie, sans justification.

La tangente en $t = 2$ s'écrit $y = f'(2)(t-2) + f(2)$. Sa pente est $15(e^{0,4} - 1)$ et son ordonnée à l'origine est $f(2) - 2f'(2) = 45e^{0,4} - 75$. La troisième proposition convient.

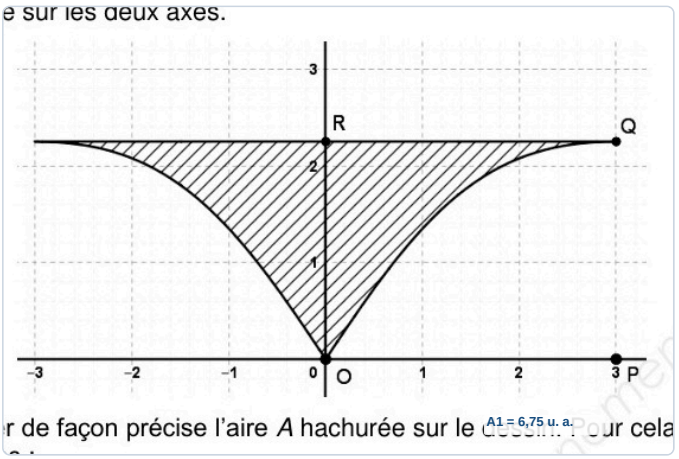
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir parmi les trois propositions l'aire A1 du rectangle OPQR, en unités d'aire. Recopier la réponse choisie, sans justification.

Sur le schéma, le rectangle OPQR s'étend de $x = 0$ à $x = 3$ et de $y = 0$ à $y = 2{,}25$. Son aire vaut donc $3 \times 2{,}25 = 6{,}75$ unités d'aire.

Aire du rectangle OPQR



> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_1 = 6{,}75$ u. a.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie de g, calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3.

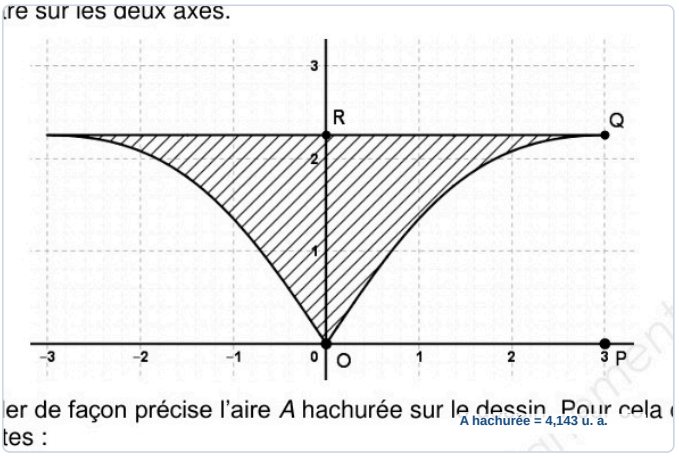
1. Sur $[0;3]$, $g(x) \geq 0$, donc $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx$.
2. Avec la primitive $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2+9)$, on obtient $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4{,}679$ u. a.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4{,}679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, en unité d'aire, et arrondir le résultat au millième.

Par symétrie, l'aire hachurée est le double de l'aire du rectangle OPQR moins l'aire sous la courbe sur $[0;3]$. Ainsi, $A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6{,}75 - \frac{27}{4}\ln 2\right) \approx 4{,}143$ u. a.

Aire hachurée de la pièce



✓ RÉPONSE À RETENIR

$A \approx 4{,}143$ u. a.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse

L'exercice porte d'abord sur l'obsolescence technique et logicielle de smartphones, puis sur la proportion de téléphones non réparables dans des lots prélevés. Il mobilise les probabilités conditionnelles, la loi binomiale et un test bilatéral concernant l'opinion sur une marque.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données sur 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant obsolescence technique et obsolescence logicielle, avec les totaux correspondants.

Sur 200 smartphones, 3 % sont touchés par l'obsolescence technique, soit 6, et 8 % par l'obsolescence logicielle, soit 16. Parmi ces 16, 12,5 % sont aussi touchés techniquement : cela représente 2 smartphones.

Smartphones	Touchés par l'obsolescence logicielle	Non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
Touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
Non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

Les totaux des lignes et colonnes sont cohérents.

Tableau des effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Effectifs croisés : 2, 4, 14 et 180. Totaux : 6, 194, 16, 184 et 200.

Question 2°. Pour les événements T : « le smartphone est touché par l'obsolescence technique » et L : « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle », donner P(T), P(L) et P_L(T), la probabilité de T sachant L.

Les proportions données dans l'énoncé donnent directement P(T) et P(L). La proportion des smartphones touchés techniquement parmi ceux touchés par l'obsolescence logicielle est la probabilité conditionnelle $P_L(T)$.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

P(T) = 0,03 ; P(L) = 0,08 ; $P_L(T)$ = 0,125.

A. Probabilités conditionnelles, question 3

Question a). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle, soit P(T ∩ L).

La probabilité d'être touché par les deux types d'obsolescence est $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T)$. On obtient donc 0,08 × 0,125.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cap L) = 0{,}01$.

Question b). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence, soit P(T ∪ L).

On additionne les probabilités de T et de L, puis on soustrait leur intersection, comptée deux fois : $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L) = 0{,}03 + 0{,}08 - 0{,}01$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cup L) = 0{,}10$.

Question c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité cherchée est celle de L sachant T. On divise la probabilité de l'intersection par celle de T : $P_T(L) = P(T \cap L) / P(T) = 0{,}01 / 0{,}03$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) \approx 0{,}333$.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables parmi 50 smartphones prélevés, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

Chaque tirage est indépendant et a la même probabilité 0,045 de donner un smartphone non réparable. X compte le nombre de smartphones non réparables au cours de 50 tirages. C'est donc une variable binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale B(50 ; 0,045).

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous soient réparables.

Un smartphone est réparable avec la probabilité 1 − 0,045 = 0,955. Pour que les 50 smartphones soient réparables, il faut que cette issue se produise à chacun des tirages indépendants : $P(X = 0) = 0{,}955^{50}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = 0) ≈ 0,100.

B. Loi binomiale, question 3

Question a). Faire tourner à la main l'algorithme fourni, puis recopier et compléter le tableau des valeurs de P(X = i) et de la somme S pour i allant de 0 à 3.

Pour chaque valeur de i, on calcule P(X = i) avec la formule binomiale, puis on l'ajoute à S. Les probabilités et les sommes cumulées, arrondies au millième, sont :

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter cette somme comme une probabilité liée au nombre de smartphones non réparables dans un lot.

La boucle additionne P(X = 0), P(X = 1), P(X = 2) et P(X = 3). Ces événements étant incompatibles, leur somme est la probabilité que le lot comporte au plus trois smartphones non réparables : P(X ≤ 3).

✓ RÉPONSE À RETENIR

S ≈ 0,813, soit 81,3 % de chances d'avoir au plus 3 smartphones non réparables.

B. Loi binomiale

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une loi binomiale, E(X) = np. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. Sur un grand nombre de lots de 50 smartphones, le nombre moyen de smartphones non réparables par lot est donc 2,25.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. Choisir la valeur approchée de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 − h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95, parmi 0,05, 0,06 et 0,07.

L'intervalle central de 95 % d'une loi normale s'étend approximativement de 1,96 écarts types de part et d'autre de la moyenne. Ainsi, $h \approx 1{,}96 \times 0{,}037 = 0{,}07252$, soit 0,07 au centième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $h \approx 0{,}07$.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral de $H_0 : p = 0{,}55$ contre $H_1 : p \neq 0{,}55$, au seuil de signification de 5 %.

Avec h arrondi à 0,07, l'intervalle d'acceptation est centré sur 0,55. On rejette H_0 si la fréquence observée est hors de cet intervalle ; sinon, on ne rejette pas H_0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Rejeter H_0 si $f < 0{,}48$ ou $f > 0{,}62$; sinon, ne pas rejeter H_0.

Question 3°. Dans l'échantillon aléatoire de 180 personnes, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Conclure au test.

La fréquence observée est 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle d'acceptation : elle appartient donc à la région de rejet du test au seuil de 5 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 : la proportion diffère de 0,55 au seuil de 5 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, porte le code MATGRB1 et dure 2 heures. Le coefficient varie selon la spécialité, de 1 à 3. L'exercice 1 étudie le démarrage d'un train à très haute vitesse et l'aire d'une pièce de gare. L'exercice 2 mobilise probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse autour de l'obsolescence programmée des smartphones.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y′ − ay = b(t), on ajoute à une solution particulière la solution générale ke^(at) de l'équation homogène.
- Lorsque f mesure une distance en fonction du temps, sa dérivée f′ représente la vitesse instantanée.
- Une probabilité conditionnelle vérifie P(A sachant B) = P(A ∩ B)/P(B), avec P(B) non nul.
- Pour X suivant une loi binomiale de paramètres n et p, E(X) = np et P(X = k) = C(n,k)p^k(1 − p)^(n − k).

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités : distance en kilomètres, temps en minutes et vitesse en kilomètres par minute.
- Pour étudier les variations, résoudre le signe de f′ sur tout l'intervalle avant de conclure.
- Dans un tableau d'effectifs, distinguer les totaux, les intersections et les probabilités conditionnelles.
- Pour le test bilatéral, comparer la fréquence observée aux bornes de l'intervalle d'acceptation, puis conclure dans le contexte.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la solution particulière de l'équation différentielle de l'exercice ?

On vérifie la fonction particulière proposée en calculant sa dérivée et en la remplaçant dans l'équation. Les solutions générales s'obtiennent ensuite en ajoutant les solutions de l'équation homogène, puis la condition initiale fixe la constante.

Q : Comment reconnaître une loi binomiale dans le prélèvement des smartphones ?

Il faut compter un nombre fixe de prélèvements, considérer deux issues par smartphone et une probabilité constante d'être non réparable. L'énoncé assimile les prélèvements à des tirages avec remise, ce qui rend les essais indépendants.

Q : Comment gérer le temps dans cette épreuve de deux heures ?

L'épreuve comporte deux exercices de 10 points, chacun divisé en parties indépendantes. Repérez les questions à choix multiples, traitez d'abord les calculs que vous maîtrisez, puis gardez du temps pour vérifier les arrondis, les unités et les justifications.

Q : Quelle règle appliquer pour conclure au test d'hypothèse ?

Au seuil de 5 %, on détermine l'intervalle d'acceptation centré sur 0,55 à partir de h. Si la fréquence observée appartient à cet intervalle, on ne rejette pas H_0 ; sinon, on rejette H_0 au profit de H_1.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsmaroquinerie.fr/assets/annales/bts-maroquinerie/E2 - Mathématiques/2018/BTS Maroquinerie - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

Ressources BTS Maroquinerie : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.