Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS Maroquinerie

# Mathématiques

**Session 2022** • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2, sauf Traitement des matériaux : 3**

## Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement


**1. Freinage d'un chariot de fête foraine** (12 questions) **Page 3**

**2. Probabilités, durée de vie et intervalle de confiance** (8 questions) **Page 7**

**3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) **Page 10**


**Sujet officiel (PDF) :** https://btsmaroquinerie.fr/assets/annales/bts-maroquinerie/E2 - Mathématiques/2022/BTS Maroquinerie - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

# 1. Freinage d'un chariot de fête foraine

Un chariot se déplace initialement à 20 m·s⁻¹ sur un axe horizontal, puis son système de freinage réduit sa vitesse. L'étude porte sur une équation différentielle, les variations et la limite d'une fonction, une distance parcourue, un développement limité et une tangente.

## Partie A - Résolution d'une équation différentielle

**Question 1.a. Résoudre l'équation différentielle homogène (E₀) : y' + 0,8y = 0.**

L'équation homogène est de la forme $y' + ay = 0$, avec $a = 0,8$. La formule fournie dans le sujet donne directement les solutions $y(t) = ke^{-at}$, où $k$ est une constante réelle. En remplaçant $a$ par sa valeur, on obtient l'ensemble des solutions sur $[0; +\infty[$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{-0,8t}, \quad k \in \mathbb{R}.$

**Question 1.b. La fonction g est définie sur [0 ; +∞[ par g(t) = 5. Vérifier que g est une solution de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.**

La fonction $g(t) = 5$ est constante, donc $g'(t) = 0$. En substituant dans le membre de gauche de $(E)$, on obtient $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$. Cette égalité est vraie pour tout $t \in [0; +\infty[$. Ainsi, $g$ vérifie bien l'équation différentielle donnée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = 5$ est une solution de $(E)$.

**Question 1.c. Déduire des questions précédentes l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.**

Comme $g(t) = 5$ est une solution particulière de l'équation complète et que les solutions de l'équation homogène associée sont $ke^{-0,8t}$, toute solution de $(E)$ est la somme de ces deux fonctions. La constante $k$ peut prendre n'importe quelle valeur réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = 5 + ke^{-0,8t}, \quad k \in \mathbb{R}.$

**Question 2. Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.**

La solution générale est $f(t) = 5 + ke^{-0,8t}$. On applique la condition initiale donnée dans le sujet : $f(0) = 20$. Comme $e^0 = 1$, cela donne $5 + k = 20$, donc $k = 15$. Cette valeur détermine la solution qui correspond à la vitesse initiale du chariot.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

## Partie B - Étude de la fonction f

**Question 1.a. Pour f(t) = 15e$^{-0,8t}$ + 5 sur [0 ; +∞[, démontrer que sa limite lorsque t tend vers +∞ est égale à 5.**

Lorsque $t \to +\infty$, l'exposant $-0,8t$ tend vers $-\infty$, donc $e^{-0,8t} \to 0$. Par conséquent, $15e^{-0,8t} \to 0$. En ajoutant la constante 5 dans l'expression $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$, on conclut que $f(t)$ tend vers 5.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

**Question 1.b. Déduire de la limite précédente que la courbe C admet une asymptote et en donner une équation.**

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ est finie et vaut 5. La courbe représentative $C$ admet donc une asymptote horizontale lorsque $t$ tend vers $+\infty$. L'équation de cette droite est donnée par l'ordonnée égale à la limite.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Asymptote horizontale : $y = 5$.

**Question 2. En admettant que f'(t) = -12e$^{-0,8t}$ sur [0 ; +∞[, dresser le tableau de variation de f sur cet intervalle.**

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,8t} > 0$. Ainsi, la dérivée admise dans le sujet vérifie $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$, donc $f$ est strictement décroissante. De plus, $f(0) = 20$ et la limite en $+\infty$ vaut 5.

| $t$ | **0** | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f'(t)$ | $-$ | |
| $f(t)$ | 20 | $\searrow 5$ |

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f$ décroît strictement de 20 vers 5 sur $[0; +\infty[$.

**Question 3.** **Déterminer si le système de freinage permet au chariot de s'arrêter.**

Pour tout instant fini $t \geq 0$, l'exponentielle $e^{-0,8t}$ est strictement positive. Donc $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5 > 5$, et la vitesse ne s'annule jamais. Elle tend vers 5 m·s⁻¹ sans atteindre cette valeur : selon le modèle étudié, le chariot ne s'arrête pas.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : la vitesse reste supérieure à 5 m·s⁻¹ et ne s'annule pas.

**Question 4.a.** **La fonction F est définie sur [0 ; +∞[ par F(t) = -18,75e$^{-0,8t}$ + 5t. Vérifier que F est une primitive de f sur cet intervalle.**

On dérive terme à terme en utilisant $(e^{-0,8t})' = -0,8e^{-0,8t}$. Ainsi, $F'(t) = (-18,75)(-0,8)e^{-0,8t} + 5 = 15e^{-0,8t} + 5$. Or cette dernière expression est précisément $f(t)$. Donc $F$ est bien une primitive de $f$ sur $[0; +\infty[$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$, donc $F$ est une primitive de $f$.

**Question 4.b.** **À l'aide de l'intégrale donnée, calculer la valeur exacte de la distance parcourue par le chariot entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

La distance parcourue entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$ est $d = F(1) - F(0)$. En utilisant la primitive donnée, $d = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ mètres. Cette valeur exacte est environ 15,3251 m ; arrondie au centimètre, elle vaut 15,33 m.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 23,75 - 18,75e^{-0,8} \approx 15,33\ \text{m}$.

## Partie C - Étude locale

**Question 1.** **Question à choix multiples : parmi les trois propositions affichées, recopier celle qui donne le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.**

Le calcul affiché sur la page donne la partie régulière $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2$. Parmi les trois propositions, la troisième reprend ce polynôme et le reste adapté à un développement limité d'ordre 2 : $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$ lorsque $t \to 0$. Il faut donc recopier cette troisième proposition.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Troisième proposition : $20 - 12t + 4,8t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\lim_{t\to 0} \varepsilon(t) = 0$.

**Question 2. Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

L'équation de la tangente au point d'abscisse 0 est $y = f(0) + f'(0)t$. D'après l'énoncé, $f(0) = 20$, et la dérivée admise donne $f'(0) = -12e^0 = -12$. En remplaçant ces valeurs dans la formule de la tangente, on obtient l'équation demandée.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$T : y = 20 - 12t$.

## 2. Probabilités, durée de vie et intervalle de confiance

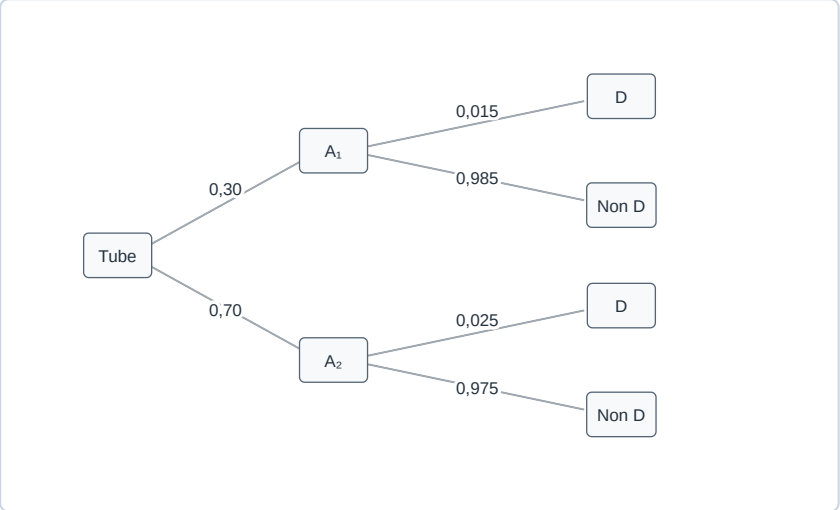
Une usine fabrique des tubes fluorescents dans deux ateliers et contrôle la présence de défauts. L'exercice étudie aussi la durée de fonctionnement des tubes selon une loi exponentielle et l'estimation de la proportion de rivets conformes à partir d'un échantillon.

### Partie A - Probabilités conditionnelles

**Question 1. À partir des données sur les deux ateliers, réaliser un arbre pondéré décrivant l'atelier de provenance du tube et la présence ou non d'un défaut.**

L’arbre distingue d’abord l’atelier de provenance, puis le défaut ou son absence. Les probabilités des branches terminales sont conditionnelles à l’atelier.

**Provenance et défaut du tube**




$A_1$ : atelier 1 ; $A_2$ : atelier 2 ; D : présence d’un défaut.

**✓ RÉPONSE À RETENIR**

Arbre pondéré complété avec les probabilités de l’énoncé.

**Question 2. Calculer la probabilité P(A₁ ∩ D) qu'un tube provienne de l'atelier 1 et présente un défaut.**

On multiplie la probabilité de provenir de l’atelier 1 par celle d’y présenter un défaut :
$P(A_1 \cap D) = P(A_1)P(D \mid A_1) = 0,30 \times 0,015 = 0,0045$.

**✓ RÉPONSE À RETENIR**

$P(A_1 \cap D) = 0,0045$, soit 0,45 %.

**Question 3. À l'aide des données de l'énoncé, montrer que la probabilité qu'un tube présente un défaut est P(D) = 0,0220.**

1. Par la formule des probabilités totales : $P(D) = P(A_1)P(D \mid A_1) + P(A_2)P(D \mid A_2)$.

2. Donc $P(D) = 0,30 \times 0,015 + 0,70 \times 0,025 = 0,0220$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(D) = 0,0220$, soit 2,20 %.

---

**Question 4. Sachant qu'un tube ne présente pas de défaut, calculer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.**

La probabilité qu'un tube ne présente pas de défaut vaut $1 - 0,022 = 0,978$. La probabilité qu'il provienne de l'atelier 2 et soit sans défaut vaut $0,70 \times 0,975$. Ainsi,
$P(A_2 \mid \overline{D}) = \dfrac{0,70 \times 0,975}{0,978} \approx 0,69785.$

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0,698$, soit 69,8 %.

---

## Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

**Question 1. La durée de bon fonctionnement T suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,001. Déterminer son espérance E(T) et interpréter le résultat dans le contexte de l'énoncé.**

Pour une loi exponentielle de paramètre $\lambda$, $E(T) = \frac{1}{\lambda}$. Donc $E(T) = \frac{1}{0,001} = 1\,000$ heures. Cette valeur représente la durée moyenne de bon fonctionnement des tubes.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Durée moyenne : $1\,000$ heures.

---

**Question 2. Calculer, en arrondissant à $10^{-2}$ près, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit inférieure à 8 000 heures.**

1. La formule donnée est $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$.
2. Pour $t = 8\,000$ et $\lambda = 0,001$, $P(T < 8\,000) = 1 - e^{-0,001 \times 8\,000} \approx 0,99966$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Au centième près : $P(T < 8\,000) = 1,00$.

**Question 3.** **Calculer, en arrondissant à $10^{-2}$ près, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit supérieure à 10 000 heures.**

La probabilité de dépasser $t$ est $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. Ainsi, $P(T > 10\,000) = e^{-0{,}001 \times 10\,000} = e^{-10} \approx 0{,}0000454$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Au centième près : $P(T > 10\,000) = 0{,}00$.

## Partie C - Intervalle de confiance

**Question 1 et 2.** **Sur un échantillon aléatoire de 1 000 rivets, 975 sont conformes. Donner une estimation ponctuelle de la proportion inconnue p de rivets conformes, puis déterminer, à l'aide de la formule fournie, un intervalle de confiance centré sur la fréquence observée au niveau de confiance de 95 %. Arrondir les bornes à $10^{-3}$ près.**

La fréquence observée est $f = 975/1\,000 = 0{,}975$, estimation ponctuelle de $p$. Avec la formule fournie, l'intervalle à 95 % est $[f - 1{,}96\sqrt{f(1-f)/n}\,;\ f + 1{,}96\sqrt{f(1-f)/n}]$.

| Grandeur | Valeur |
|---|---|
| Borne inférieure avant arrondi | 0,965323 |
| Borne supérieure avant arrondi | 0,984677 |

Les bornes sont arrondies au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\hat{p} = 0{,}975$ ; intervalle de confiance à 95 % : $[0{,}965\ ;\ 0{,}985]$.

# Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

**Bilan de l'épreuve :** Épreuve de mathématiques du BTS, session 2022, code 22MATGRB1, d'une durée de 2 heures, coefficient 2 sauf pour la spécialité Traitement des matériaux où il vaut 3. Les deux exercices étudient le freinage d'un chariot, la production de tubes fluorescents et la conformité de rivets. Les compétences évaluées portent sur les équations différentielles, les fonctions, les intégrales, les probabilités et l'estimation statistique.

### Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' + ay = b, on associe les solutions de l'équation homogène à une solution particulière constante b/a.
- Si $f(t) = Ae^{-kt} + L$ avec k > 0, alors f(t) tend vers L et la courbe admet l'asymptote horizontale y = L.
- Pour une loi exponentielle de paramètre λ, E(T) = 1/λ et $P(T \leq t) = 1 - e^{-lambdat}$.
- Pour une proportion, l'intervalle de confiance à 95 % fourni est $f \pm 1{,}96\sqrt{(f(1-f)/n)}$.

### Points de vigilance & attentes du jury

- Résoudre d'abord l'équation homogène, puis appliquer la condition initiale pour déterminer la constante.
- Pour les variations, déterminer le signe de la dérivée sur tout l'intervalle et présenter clairement le tableau.
- Dans un arbre pondéré, inscrire les probabilités conditionnelles et vérifier la somme des probabilités issues de chaque nœud.
- Respecter les unités, les valeurs exactes et les arrondis spécifiés dans chaque consigne.

## Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

**Q : Comment résoudre l'équation différentielle de la première partie ?**

Résolvez d'abord l'équation homogène y' + 0,8y = 0, puis ajoutez une solution particulière constante à l'équation complète. Utilisez ensuite la condition initiale f(0) = 20 pour déterminer la constante restante.

**Q : Comment calculer une probabilité conditionnelle à partir de l'arbre ?**

Pour une intersection, multipliez la probabilité de la première branche par la probabilité conditionnelle de la branche suivante. Pour une probabilité conditionnelle inverse, divisez la probabilité de l'intersection par celle de l'événement connu.

**Q : Comment répartir le temps entre les exercices ?**

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices notés chacun sur 10 points. Les parties sont indiquées comme indépendantes dans les deux exercices : avancez sans rester bloqué et gardez du temps pour vérifier calculs, unités et arrondis.

**Q : Quelles règles de présentation faut-il respecter pour les réponses ?**

Présentez les formules et les étapes utiles, puis donnez les valeurs avec les unités et les arrondis demandés. Interprétez l'espérance lorsque la consigne le demande. Pour le QCM, une seule proposition doit être recopiée, sans justification.

**Sujet officiel associé (PDF) :** https://btsmaroquinerie.fr/assets/annales/bts-maroquinerie/E2 - Mathématiques/2022/BTS Maroquinerie - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf
**Ressources BTS Maroquinerie :** Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.