Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS Maroquinerie

Mathématiques

Session 2022 • Code sujet : **22-MATGRD1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Analyses de biologie médicale : 1 ; Bio analyses et contrôles : 2 ; Biotechnologies : 1 ; Europlastics et composites : 1,5 ; Bioqualité : 2**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Modélisation de l'évolution du nombre de personnes équipées d'un implant médical (13 questions) **Page 3**

2. Défauts d'approvisionnement, pannes et qualité d'une machine à embouteiller (9 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 10**

Sujet officiel (PDF) : https://btsmaroquinerie.fr/assets/annales/bts-maroquinerie/E2 - Mathématiques/2022/BTS Maroquinerie - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 3-Sujet.pdf

1. Modélisation de l'évolution du nombre de personnes équipées d'un implant médical

Dans un pays de 60 millions d'habitants, des données annuelles depuis 2013 décrivent le nombre de personnes équipées d'un implant médical. Deux modèles sont étudiés : un ajustement exponentiel et une fonction définie à partir d'une équation différentielle.

Partie A

Question 1. Compléter le tableau de l'annexe à rendre avec la copie en calculant les valeurs de y = ln(N - 30), puis arrondir ces valeurs au millième.

On calcule chaque valeur avec la transformation indiquée, en utilisant les nombres de personnes exprimés en milliers : $y_i = \ln(N_i - 30)$. Les rangs ne sont pas nécessaires à ce calcul.

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
y_i	3,268	3,336	3,418	3,497	3,578	3,656	3,738	3,818	3,898

Les résultats sont arrondis au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$3,268\ ;\ 3,336\ ;\ 3,418\ ;\ 3,497\ ;\ 3,578\ ;\ 3,656\ ;\ 3,738\ ;\ 3,818\ ;\ 3,898.$

Question 2.a. À l'aide de la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement du nuage de points $M_i(k_i\ ;\ y_i)$, sous la forme y = ak + b, avec a et b arrondis au centième.

La régression linéaire des neuf points, de rangs 0 à 8, donne une pente proche de $0,0794$ et une ordonnée à l'origine proche de $3,2606$. Après arrondissement de chaque coefficient au centième, l'équation de la droite d'ajustement est celle indiquée ci-dessous.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y = 0,08k + 3,26.$

Question 2.b. À partir de l'équation de la droite d'ajustement, déduire que le nombre de personnes équipées, exprimé en milliers et en fonction du rang k, peut être modélisé par N(k) = 30 + 26,05e^(0,08k).

> Comme $y = \ln(N - 30)$, la droite d'ajustement donne $\ln(N - 30) = 0,08k + 3,26$. En exponentiant, $N - 30 = e^{3,26}e^{0,08k}$. Or $e^{3,26} \approx 26,05$, d'où le modèle demandé, où N est exprimé en milliers.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$N(k) = 30 + 26,05e^{0,08k}$ milliers.

Question 3.a. **En supposant que le modèle proposé reste valide, déterminer au millier près le nombre de personnes équipées de l'implant en 2026.**

Le rang de 2026 est $k = 2026 - 2013 = 13$. On remplace ce rang dans le modèle : $N(13) = 30 + 26,05e^{0,08\times 13} \approx 103,701$ milliers. Cela représente environ 103 701 personnes, qu'il faut arrondir au millier près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> En 2026 : environ 104 000 personnes.

Question 3.b. **Si le nombre d'habitants du pays reste stable sur le long terme, déterminer si le modèle étudié reste valide et justifier la réponse.**

Le terme $e^{0,08k}$ tend vers $+\infty$ quand k augmente. Ainsi, le modèle prévoit que $N(k)$ augmente sans borne. Il finirait donc par annoncer plus de personnes équipées que les 60 millions d'habitants du pays. Cette contradiction avec la population supposée stable montre que le modèle ne peut pas rester valide à long terme.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : à long terme, le modèle dépasserait la population totale de 60 millions d'habitants.

Partie B

Question 1.a. **Résoudre sur l'intervalle [0, +∞[l'équation différentielle homogène (E_0) : y' + 0,05y = 0.**

L'équation homogène se réécrit $y' = -0,05y$. C'est une équation différentielle linéaire du premier ordre, dont les solutions sont des multiples de l'exponentielle $e^{-0,05t}$. La constante multiplicative peut être n'importe quel réel, y compris zéro.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = Ce^{-0,05t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 1.b. **Déterminer une solution constante de l'équation différentielle (E) : y' + 0,05y = 0,05.**

1. Pour une solution constante $y(t) = c$, on a $y' = 0$.
2. L'équation devient $0,05c = 0,05$, donc $c = 1$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Une solution constante est $y(t) = 1$.

Question 1.c. **Résoudre sur l'intervalle [0, +∞[l'équation différentielle (E) : y' + 0,05y = 0,05.**

Une solution particulière de l'équation complète est la solution constante $y = 1$. On ajoute à cette solution toute solution de l'équation homogène obtenue en 1.a. Cela donne l'ensemble des solutions sur $[0, +\infty[$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = 1 + Ce^{-0,05t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 1.d. **Sachant que g(0) = 8, en déduire une expression de la fonction g sur l'intervalle [0, +∞[.**

1. Dans la solution générale, on pose $t = 0$: $g(0) = 1 + C$.
2. La condition $g(0) = 8$ donne $C = 7$. On remplace cette constante dans la solution générale.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = 1 + 7e^{-0,05t}$, pour $t \geq 0$.

Question 2. **À l'aide du modèle f(t) = 450/(1 + 7e^(-0,05t)), déterminer au millier près le nombre de personnes qui seront équipées de l'implant en 2026. Le temps t est mesuré en années depuis 2013 et f(t) est exprimée en milliers.**

En 2026, le temps écoulé depuis 2013 est $t = 13$ ans. Avec le modèle donné, $f(13) = \frac{450}{1+7e^{-0,05\times 13}} \approx 96,685$ milliers. Le nombre étant exprimé en milliers, on arrondit le résultat au millier de personnes près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> En 2026 : environ 97 000 personnes.

Question 3. **Déterminer la limite de f en +∞ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.**

Quand $t \to +\infty$, $e^{-0,05t} \to 0$. Le dénominateur $1 + 7e^{-0,05t}$ tend donc vers 1, tandis que le numérateur reste égal à 450. Puisque $f(t)$ est exprimée en milliers de personnes, cette limite correspond à 450 000 personnes équipées selon le modèle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim_{t\to+\infty} f(t) = 450$, soit 450 000 personnes.

Question 4. À partir de l'expression donnée de f'(t), déduire le sens de variation de f sur [0, +∞[et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

- Le numérateur de $f'(t) = \frac{315e^{-0,05t}}{2(1+7e^{-0,05t})^2}$ est strictement positif.
- Son dénominateur est également strictement positif.

Ainsi, $f'(t) > 0$ sur $[0, +\infty[$: le nombre de personnes équipées augmente continuellement selon ce modèle.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$.

Question 5. Déterminer à partir de quelle année le nombre de personnes équipées de l'implant dépassera 120 000, soit 120 milliers, et expliquer la méthode employée.

On résout $f(t) > 120$: cela équivaut à $450 > 120(1 + 7e^{-0,05t})$, puis à $e^{-0,05t} < \frac{11}{28}$. On obtient $t > \frac{-\ln(11/28)}{0,05} \approx 18,686$. Le premier millésime entier après ce seuil est 2032.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le dépassement de 120 000 personnes commence en 2032.

2. Défauts d'approvisionnement, pannes et qualité d'une machine à embouteiller

Dans une usine, une machine à embouteiller est alimentée en eau par un réservoir et en bouteilles vides par une file d'entrée. L'épreuve étudie les défauts d'approvisionnement, les pannes sur 200 jours et le réglage de la machine à partir d'un échantillon de 100 bouteilles.

Partie A - Défaut d'approvisionnement

Question 1. Associer chacune des quatre phrases du tableau de gauche à l'unique information correspondante du tableau de droite. A désigne l'événement « la file d'entrée des bouteilles est vide au moins une fois dans la journée » et B l'événement « le réservoir est vide au moins une fois dans la journée » ; A et B sont indépendants, avec P(A) = 0,03 et P(B) = 0,02. Aucune justification n'est demandée.

Phrase	Information associée
1	E
2	C
3	F
4	D

La probabilité du défaut vaut 0,0494, soit 0,049 au millième comme dans le tableau.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> 1-E ; 2-C ; 3-F ; 4-D

Partie B - Pannes de la machine sur une durée de 200 jours

Question 1. La probabilité que la machine tombe en panne un jour quelconque est 0,025, et les pannes surviennent indépendamment. Donner sans justification la loi de probabilité suivie par X, le nombre de jours de panne sur une période de 200 jours, et préciser ses paramètres.

Chaque journée est une épreuve de Bernoulli de probabilité de panne 0,025. Les jours étant indépendants, le nombre de pannes sur 200 jours suit une loi binomiale.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $X \sim \mathcal{B}(200\,;\,0{,}025)$

Question 2.a. Sachant que la loi de X peut être approchée par une loi de Poisson de paramètre λ, justifier que λ = 5.

Le paramètre de la loi de Poisson approchant la loi binomiale est le produit du nombre de jours par la probabilité de panne : $\lambda = np = 200 \times 0{,}025 = 5$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\lambda = 5$

Question 2.b. **Pour Y suivant une loi de Poisson de paramètre 5, donner la valeur de P(Y ≤ 10), arrondie à 10^{-3}.**

On additionne les probabilités de Poisson de 0 à 10 : $P(Y \leq 10) = \sum_{k=0}^{10} e^{-5}\frac{5^k}{k!}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(Y \leq 10) \approx 0{,}986$

Question 2.c. **La représentation graphique suggère que P(Y = 15) est égale à 0. À l'aide de la formule donnée pour la loi de Poisson, déterminer si cette conjecture est vraie ou fausse et justifier.**

La formule donne $P(Y = 15) = \frac{5^{15}e^{-5}}{15!}$. Cette probabilité est strictement positive, même si elle est très faible et apparaît nulle sur le graphique : la conjecture est fausse.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Conjecture fausse : $P(Y = 15) \approx 0{,}000157 > 0$.

Partie C - Qualité de l'embouteillement

Question 1. **À partir du tableau de l'échantillon de 100 bouteilles, où les volumes mesurés de 73, 74, 75, 76 et 77 cL ont respectivement les effectifs 17, 20, 43, 13 et 7, déterminer à la calculatrice la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ de l'échantillon. Arrondir l'écart type à 10^{-2}.**

Calcul	Résultat
$\bar{x} = \frac{73\times17+74\times20+75\times43+76\times13+77\times7}{100}$	74,73 cL
Écart type de la série	1,10 cL

L'écart type avant arrondi est d'environ 1,103 cL.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\bar{x} = 74{,}73$ cL ; $\sigma \approx 1{,}10$ cL.

Question 2.a. **Pour le test bilatéral H₀ : m = 75 contre H₁ : m ≠ 75 au seuil de confiance de 95 %, on suppose que, sous H₀, la moyenne Z des volumes de 100 bouteilles suit une loi normale d'espérance 75 et d'écart type 0,11. Déterminer h tel que P(75 - h ≤ Z ≤ 75 + h) soit égale à 0,95 à 10^{-2} près.**

L'intervalle central à 95 % d'une loi normale est délimité par environ 1,96 écarts types. Ainsi, $h \approx 1{,}96 \times 0{,}11 = 0{,}2156$ cL, soit 0,22 cL au centième près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $h \approx 0{,}22$ cL.

Question 2.b. **Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de confiance de 95 %.**

On compare la moyenne observée à l'intervalle central de 95 % sous H_0, soit, avec h arrondi à 0,22, l'intervalle $[75 - 0{,}22\,;\,75 + 0{,}22]$.

- Si la moyenne observée appartient à cet intervalle, on accepte H_0.
- Sinon, on rejette H_0 au profit de H_1.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Accepter H_0 si $\bar{x} \in [74{,}78\,;\,75{,}22]$ cL ; sinon, la rejeter.

Question 2.c. **À partir des résultats de l'échantillon fourni, déterminer si l'hypothèse H₀ : m = 75 peut être acceptée.**

La moyenne observée est 74,73 cL, inférieure à la borne basse 74,78 cL de l'intervalle d'acceptation. Le résultat du test conduit donc à rejeter l'hypothèse d'un réglage correct.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 : 74,73 cL est hors de $[74{,}78\,;\,75{,}22]$ cL.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, session 2022, porte le code 22-MATGRD1 et dure deux heures. Le coefficient varie selon la spécialité, de 1 à 2. Les deux exercices portent sur la modélisation du nombre de personnes équipées d'un implant et sur une machine à embouteiller. Ils évaluent l'ajustement, les équations différentielles, les probabilités, la loi de Poisson et le test statistique.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Avec y = ln(N - 30) et y = ak + b, le modèle obtenu est N(k) = 30 + e^b e^(ak).
- Pour y' + ay = b, une solution générale s'obtient en ajoutant b/a à la solution de l'équation homogène.
- Pour n essais indépendants de probabilité p, le nombre de succès suit B(n,p) ; son approximation de Poisson a pour paramètre λ = np.
- Un test bilatéral à 95 % compare la moyenne observée à l'intervalle centré sur la moyenne supposée, déterminé par une probabilité de 0,95.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités : les effectifs du modèle sont exprimés en milliers et le temps est compté depuis 2013.
- Pour l'approximation de Poisson, calculer λ = np et conserver le bon signe d'inégalité pour les probabilités cumulées.
- Pour le test, comparer la moyenne de l'échantillon à l'intervalle d'acceptation établi sous H_0.
- Appliquer les arrondis demandés et justifier les interprétations, notamment les limites et l'année de dépassement.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment retrouver l'expression exponentielle à partir de la droite d'ajustement ?

En posant y = ln(N - 30) et y = ak + b, on obtient ln(N - 30) = ak + b. En exponentiant, N = 30 + e^b e^(ak). Il faut ensuite utiliser les coefficients de l'ajustement arrondis selon la consigne.

Q : Pourquoi la probabilité d'obtenir exactement 15 pannes n'est-elle pas nulle ?

Pour une loi de Poisson de paramètre 5, $P(Y = 15) = e^{-5}\, 5^{15}/15!$. Cette valeur est strictement positive, même si elle est très faible et peut sembler nulle sur le graphique.

Q : Comment organiser le temps pendant cette épreuve de deux heures ?

Les deux exercices valent chacun 10 points. Répartissez le temps selon la difficulté des questions, et gardez quelques minutes pour vérifier les unités, les arrondis, les résultats à rendre et les justifications demandées.

Q : Que faut-il présenter pour répondre complètement au test statistique ?

Il faut préciser l'intervalle d'acceptation sous H_0, comparer la moyenne de l'échantillon à ses bornes, puis conclure sur H_0 au seuil de confiance de 95 %. La question demande aussi de déterminer la moyenne de l'échantillon.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsmaroquinerie.fr/assets/annales/bts-maroquinerie/E2 - Mathématiques/2022/BTS Maroquinerie - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 3-Sujet.pdf

Ressources BTS Maroquinerie : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.