Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS Maroquinerie

Mathématiques - Groupement B des BTS

Session 2023 • Code sujet : **23MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2, sauf Traitement des matériaux (2 options) : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Fermeture d'un tiroir : équation différentielle et étude de fonction (14 questions) **Page 3**

2. Probabilités et intervalle de confiance dans un magasin de vélos (10 questions) **Page 8**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://btsmaroquinerie.fr/assets/annales/bts-maroquinerie/E2 - Mathématiques/2023/BTS Maroquinerie - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 1-Sujet.pdf

1. Fermeture d'un tiroir : équation différentielle et étude de fonction

La distance entre le fond du tiroir et celui du meuble est modélisée par une fonction du temps, en centimètres. L'exercice mobilise une équation différentielle, l'étude de la fonction exponentielle associée, un algorithme de seuil et le développement limité au voisinage de zéro.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

Question 1.a. Résoudre l'équation caractéristique r² + 5r + 4 = 0.

On calcule le discriminant : $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 4 = 9$. L'équation a donc deux racines réelles, obtenues avec $r = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $r_1 = -1$ et $r_2 = -4$.

Question 1.b. À l'aide de l'équation caractéristique et du tableau fourni, résoudre l'équation différentielle y'' + 5y' + 4y = 0.

1. Les racines de l'équation caractéristique sont -1 et -4.
2. Le tableau fourni associe à deux racines réelles distinctes une combinaison linéaire des exponentielles correspondantes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{-4t}$, avec $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

Partie A - Conditions initiales

Question 2.a. À partir de la position initiale du point M et de sa vitesse, déterminer f(0) et f'(0).

La position initiale donne la distance $f(0)$. La vitesse du point M correspond à la dérivée de cette distance ; son signe est négatif, car M se rapproche de O.

- Distance initiale : 20 cm.
- Vitesse initiale : -10 cm·s^{-1}.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(0) = 20$ cm et $f'(0) = -10$ cm·s^{-1}.

Question 2.b. En utilisant l'expression admise de f(t), déterminer la valeur exacte de la distance OM deux secondes après le début de la fermeture.

On remplace t par 2 dans l'expression admise : $f(2) = \frac{70}{3}e^{-2} - \frac{10}{3}e^{-4\times 2}$. La valeur exacte est donnée par cette expression, en centimètres.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $OM(2) = \frac{70}{3}e^{-2} - \frac{10}{3}e^{-8}$ cm.

Question 2. Le tiroir est considéré fermé lorsque la distance OM est inférieure à 0,5 cm. Déterminer si le constructeur a raison d'affirmer que le tiroir est fermé en moins de 4 secondes, et justifier.

À 4 secondes, $f(4) = \frac{70}{3}e^{-4} - \frac{10}{3}e^{-16} \approx 0,427$ cm. De plus, pour $t \geq 0$, $f'(t) = \frac{-70e^{3t}+40}{3e^{4t}} < 0$, donc la distance décroît.

- À 4 secondes, la distance est déjà inférieure à 0,5 cm.
- Le seuil a donc été franchi avant 4 secondes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, le constructeur a raison : le tiroir est fermé en moins de 4 secondes.

Partie B - Étude de fonction

Question 1.a. En utilisant la limite rappelée pour l'exponentielle, déterminer la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞.

La fonction est $f(t) = \frac{70}{3}e^{-t} - \frac{10}{3}e^{-4t}$. Lorsque t tend vers $+\infty$, les exponentielles e^{-t} et e^{-4t} tendent toutes deux vers 0.

La limite de leur combinaison linéaire est donc 0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 0$.

Question 1.b. En déduire une équation de l'asymptote à la courbe représentative de f.

La limite de $f(t)$ à l'infini est finie et vaut 0. La courbe admet donc une asymptote horizontale d'ordonnée 0.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Asymptote horizontale : $y = 0$.

Question 2.a. Déterminer f'(t) pour tout t appartenant à [0 ; +∞[.

On dérive chaque terme avec la règle de la chaîne : $(e^{-t})' = -e^{-t}$ et $(e^{-4t})' = -4e^{-4t}$. Ainsi, $f'(t) = -\frac{70}{3}e^{-t} + \frac{40}{3}e^{-4t}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) = -\frac{70}{3}e^{-t} + \frac{40}{3}e^{-4t}$.

Question 2.b. Sachant que f'(t) < 0 sur [0 ; +∞[, établir le tableau de variations de f sur cet intervalle.

Comme $f'(t) < 0$, la fonction est strictement décroissante. Elle commence à $f(0) = 20$ et tend vers 0.

t	**0**	$+\infty$
Variations de f	20	$\searrow 0$

✓ RÉPONSE À RETENIR

f décroît de 20 vers 0 sur $[0; +\infty[$.

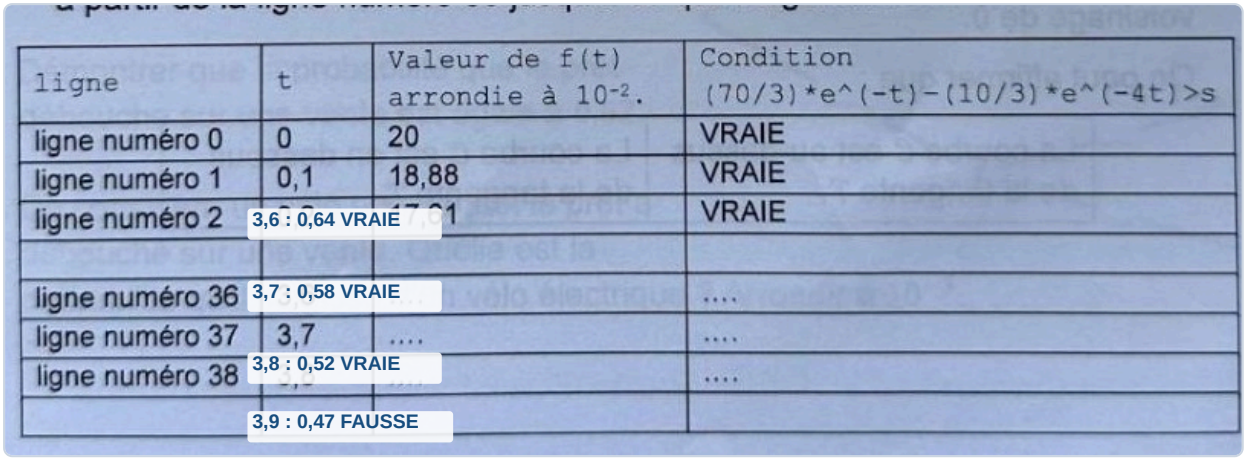
Partie B - Algorithme

Question 3.a. Recopier et compléter le tableau à partir de la ligne 36, en ajoutant des lignes au besoin, avec les valeurs de f(t) arrondies à 10^{-2} et l'évaluation de la condition de la boucle jusqu'à l'arrêt de l'algorithme.

La boucle continue tant que $f(t) > 0,5$. Les valeurs arrondies au centième donnent les lignes successives suivantes :

Ligne	t	$f(t)$**, au centième**	**Condition** $f(t) > 0,5$
36	3,6	0,64	VRAIE
37	3,7	0,58	VRAIE
38	3,8	0,52	VRAIE
39	3,9	0,47	FAUSSE

Tableau de l’algorithme complété



ligne	t	Valeur de f(t) arrondie à 10^{-2}.	Condition (70/3)*e^(-t)-(10/3)*e^(-4t)>s
ligne numéro 0	0	20	VRAIE
ligne numéro 1	0,1	18,88	VRAIE
ligne numéro 2			VRAIE
ligne numéro 36			....
ligne numéro 37	3,7	....	....
ligne numéro 38			....

3,6 : 0,64 VRAIE
3,7 : 0,58 VRAIE
3,8 : 0,52 VRAIE
3,9 : 0,47 FAUSSE

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L’algorithme s’arrête à la ligne 39.

Question 3.b. Donner la valeur de la variable t à la fin de l’exécution de l’algorithme et interpréter le résultat dans le contexte de la fermeture du tiroir.

La dernière ligne vérifiant la condition est celle de $t = 3,8$ s. À la ligne suivante, la distance passe sous le seuil de fermeture :

1. à $t = 3,9$ s, $f(t) \approx 0,47$ cm ;
2. la boucle s’arrête et le tiroir est considéré fermé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $t = 3,9$ s : le tiroir est fermé selon le critère de l’exercice.

Partie B - Tangente et développement limité

Question 4.a. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d’abscisse 0.

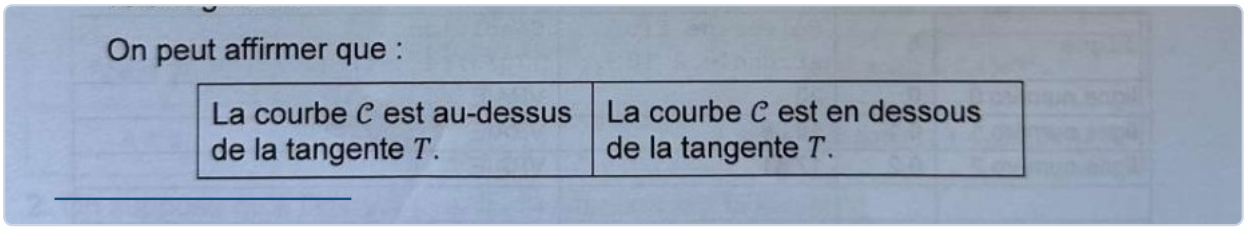
La tangente au point d’abscisse 0 a pour équation $y = f(0) + f'(0)t$. En utilisant $f(0) = 20$ et $f'(0) = -10$, on obtient son équation.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $T : y = 20 - 10t$.

Question 4.b. **Parmi les propositions, recopier le développement limité de f à l'ordre deux au voisinage de zéro. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.**

La partie régulière du développement limité à l'ordre deux, indiquée dans le sujet, est $20 - 10t - 15t^2$. La proposition correcte est celle qui ajoute un reste en $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

Réponse au choix multiple 4.b


On peut affirmer que :

La courbe $\mathcal{C}$ est au-dessus de la tangente T.	La courbe $\mathcal{C}$ est en dessous de la tangente T.

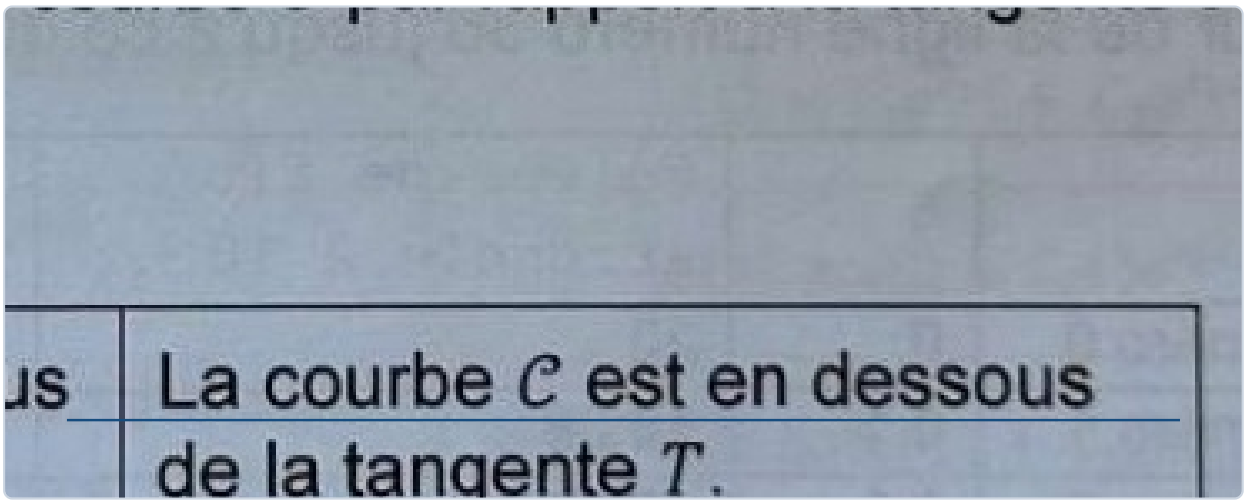
✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 20 - 10t - 15t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

Question 4.c. **Indiquer si, au voisinage de zéro, la courbe de f est au-dessus ou en dessous de sa tangente T. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.**

Au voisinage de 0, la différence entre la courbe et sa tangente vérifie $f(t) - T(t) = -15t^2 + o(t^2)$. Pour $t > 0$ suffisamment proche de 0, cette différence est négative.

Réponse au choix multiple 4.c


us	La courbe $\mathcal{C}$ est en dessous de la tangente T.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La courbe $\mathcal{C}$ est en dessous de la tangente T.

2. Probabilités et intervalle de confiance dans un magasin de vélos

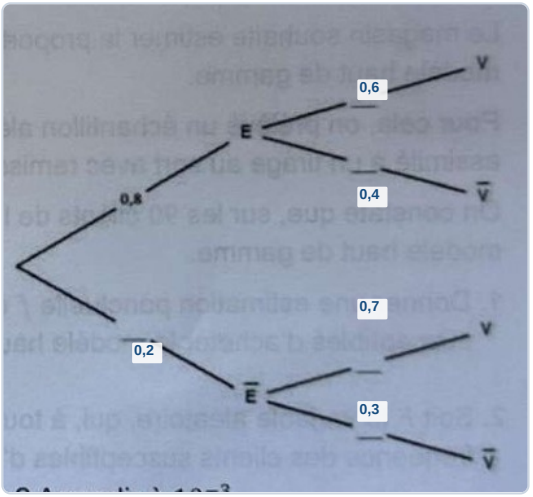
Un magasin prête des vélos électriques ou mécaniques et étudie les ventes qui suivent ces prêts. L'exercice porte aussi sur la durée de réparation de vélos et l'intérêt des clients pour un modèle haut de gamme, avec un arbre pondéré, une loi binomiale et un intervalle de confiance.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Recopier et compléter l'arbre pondéré décrivant le type de vélo prêté et l'issue du prêt, vente ou absence de vente.

Les probabilités des branches issues d'un même nœud totalisent 1. La branche « électrique » de probabilité 0,8 est déjà indiquée sur l'arbre. On complète sa branche complémentaire, puis les probabilités de vente et d'absence de vente après chaque type de vélo.

Arbre pondéré complété



✓ RÉPONSE À RETENIR

Électrique : 0,8 ; mécanique : 0,2. Après électrique : vente 0,6, absence de vente 0,4. Après mécanique : vente 0,7, absence de vente 0,3.

Question 2. Déterminer la probabilité qu'un vélo choisi au hasard soit électrique et que son prêt débouche sur une vente.

La probabilité du chemin « vélo électrique puis vente » est le produit des probabilités de ses deux branches : $P(E \cap V) = P(E) \times P(V \mid E) = 0,8 \times 0,6 = 0,48$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(E \cap V) = 0,48$.

Question 3. **Démontrer que la probabilité qu'un prêt débouche sur une vente est égale à 0,62.**

Type de vélo	Probabilité du chemin menant à une vente
Électrique	0,8 × 0,6 = 0,48
Mécanique	0,2 × 0,7 = 0,14

Ces chemins sont incompatibles : on additionne leurs probabilités, soit $0,48 + 0,14 = 0,62$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(V) = 0,62$.

Question 4. **Sachant que le prêt a débouché sur une vente, déterminer la probabilité qu'il s'agisse d'un vélo électrique et arrondir le résultat à 10^{-3}.**

On calcule la probabilité conditionnelle en divisant la probabilité d'un vélo électrique vendu par la probabilité totale d'une vente :
$P(E \mid V) = \dfrac{P(E \cap V)}{P(V)} = \dfrac{0,48}{0,62} \approx 0,7741935$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(E \mid V) \approx 0,774$.

Partie B - Loi binomiale

Question 1. **Donner les paramètres de la loi binomiale suivie par X, qui compte les vélos, parmi les 80 réparés, dont la réparation nécessite moins d'une heure de main-d'œuvre.**

On considère une réparation de moins d'une heure comme un succès, de probabilité 0,62. Les 80 réparations sont les 80 épreuves de Bernoulli, et X compte les succès. Ainsi, la loi binomiale de X a pour paramètres le nombre d'épreuves 80 et la probabilité de succès 0,62.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(80\,;\,0,62)$.

Question 2. **Déterminer la probabilité P(X = 40) et arrondir le résultat à 10^{-3}.**

Pour une loi binomiale de paramètres $n = 80$ et $p = 0,62$, la formule donne :
$P(X = 40) = \binom{80}{40}(0,62)^{40}(0,38)^{40} \approx 0,0082879$.
L'arrondi au millième est 0,008.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X = 40) \approx 0,008$.

Question 3. Déterminer la probabilité que, dans l'échantillon, le nombre de vélos nécessitant moins d'une heure de main-d'œuvre soit strictement supérieur au nombre de vélos nécessitant plus d'une heure, puis arrondir le résultat à 10^{-3}.

Si X réparations durent moins d'une heure, les autres sont au nombre de $80 - X$. La condition demandée s'écrit $X > 80 - X$, donc $X \geq 41$, car X est entier. On calcule alors le complément de $P(X \leq 40)$, soit environ $1 - 0,019095 = 0,980905$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité cherchée est $P(X \geq 41) \approx 0,981$.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. À partir des 54 clients sur 90 susceptibles d'acheter le modèle haut de gamme, donner une estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p.

L'estimation ponctuelle de la proportion est la fréquence observée dans l'échantillon. Sur les 90 clients interrogés, 54 sont susceptibles d'acheter le modèle haut de gamme :
$f = \dfrac{54}{90} = 0,6$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f = 0,6$, soit 60 %.

Question 2.a. À l'aide de la formule fournie, déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % pour la proportion p.

Avec la formule fournie, la marge vaut $1,96\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}}$. En remplaçant par $f = 0,6$ et $n = 90$, on obtient une marge d'environ 0,1012. L'intervalle est donc $[0,6 - 0,1012\,;\ 0,6 + 0,1012]$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Intervalle de confiance à 95 % : $[0,499\,;\ 0,701]$, soit environ $[49,9\%\,;\ 70,1\%]$.

Question 2.b. Indiquer si l'on peut être certain que la proportion p appartienne à cet intervalle de confiance.

Non. Le niveau de confiance de 95 % concerne la méthode sur des échantillons répétés : environ 95 % des intervalles ainsi construits contiennent la proportion réelle. Il ne garantit pas que la proportion inconnue appartienne à l'intervalle calculé pour cet échantillon précis.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non, on ne peut pas en être certain.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2023)

Bilan de l'épreuve : L'épreuve de mathématiques du BTS Groupement B, session 2023 (23MATGRB1), dure 2 heures et comporte deux exercices de 10 points. Le premier modélise la fermeture d'un tiroir par équation différentielle, étude de fonction et développement limité. Le second étudie un magasin de vélos avec probabilités, loi binomiale et intervalle de confiance. Coefficient : 2, sauf Traitement des matériaux : 3.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour $y'' + 5y' + 4y = 0$, l'équation caractéristique $r^2 + 5r + 4 = 0$ détermine les exponentielles de la solution générale.
- Si $f'(t) < 0$ sur un intervalle, alors f y est strictement décroissante.
- Pour deux événements, $P(E \cap V) = P(E)P(V|E)$; la probabilité totale s'obtient en additionnant les probabilités des chemins menant à V.
- Une loi binomiale de paramètres n et p modélise le nombre de succès de n épreuves indépendantes de probabilité de succès p.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités du modèle du tiroir : t en secondes et f(t) en centimètres.
- Dans l'algorithme, calculer chaque nouvelle valeur de t et vérifier la condition jusqu'à ce qu'elle devienne fausse.
- Pour la loi binomiale, identifier n = 80 et p = 0,62 avant de calculer les probabilités.
- Un intervalle de confiance à 95 % ne garantit pas avec certitude que la proportion inconnue lui appartienne.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer les constantes de la solution de l'équation différentielle ?

Résolvez d'abord l'équation caractéristique pour obtenir la forme générale de f. Utilisez ensuite les conditions initiales f(0) et f'(0) pour former un système et déterminer les constantes.

Q : Comment calculer la probabilité qu'un prêt donne lieu à une vente ?

Additionnez les probabilités des deux chemins menant à une vente : vélo électrique puis vente, et vélo mécanique puis vente. Chaque probabilité de chemin est le produit de la probabilité initiale et de la probabilité conditionnelle.

Q : Comment gérer le temps et les calculs dans cette épreuve ?

Les deux exercices valent chacun 10 points et peuvent être traités indépendamment. Commencez par les questions que vous maîtrisez, gardez du temps pour vérifier les calculs et respectez les arrondis demandés.

Q : Que signifie un intervalle de confiance à 95 % dans cet exercice ?

L'intervalle est calculé à partir de la fréquence observée et de la formule fournie. Il ne permet pas d'affirmer avec certitude que la proportion inconnue appartient à cet intervalle.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsmaroquinerie.fr/assets/annales/bts-maroquinerie/E2 - Mathématiques/2023/BTS Maroquinerie - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTS Maroquinerie : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.